

ベジエ曲線の定義

(1) ベジエ曲線

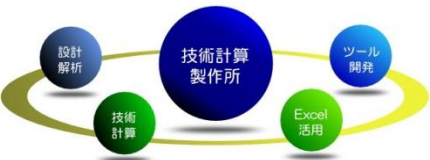
$$\mathbf{P}(s) = \sum_{k=0}^n \mathbf{b}_k \binom{n}{k} s^k (1-s)^{n-k} \quad (\mathbf{b}_k: \text{制御点ベクトル})$$

(2) ベジエ曲線の一階微分 (≠速度)

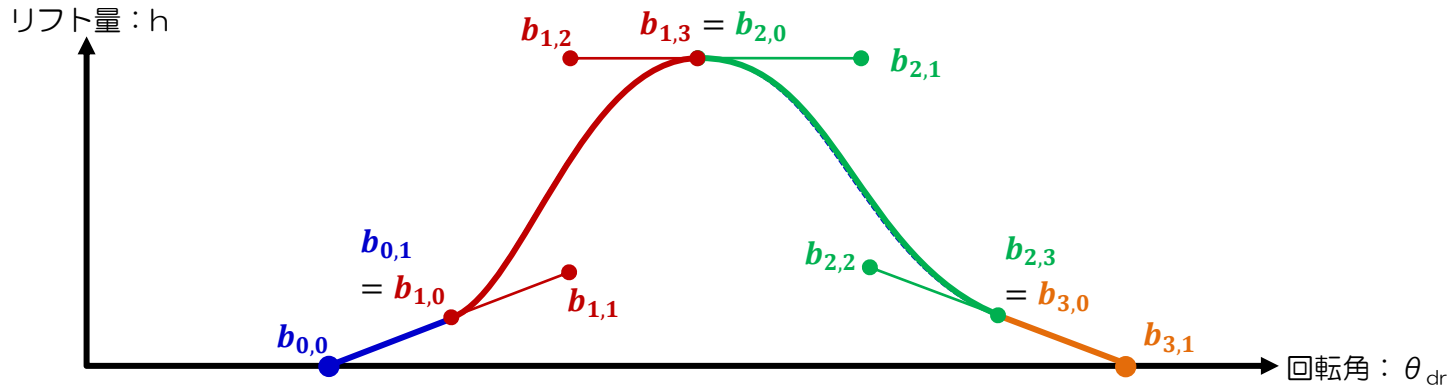
$$\frac{d\mathbf{P}(s)}{ds} = \sum_{k=0}^n \mathbf{b}_k \binom{n}{k} s^{k-1} (1-s)^{n-k-1} (k - ns)$$

(3) ベジエ曲線の二階微分 (≠加速度)

$$\frac{d^2\mathbf{P}(s)}{ds^2} = \sum_{k=0}^n \mathbf{b}_k \binom{n}{k} s^{k-2} (1-s)^{n-k-2} \{(1-n)(2ks - nt^2) + k(k-1)\}$$



ベジエによるリフト曲線



(1) リフト量 ($\theta_{dr,j,k}$ はradianで計算)

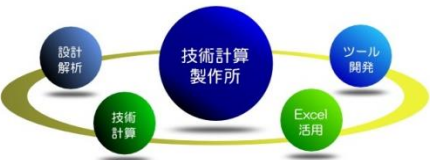
$$P(s) = \begin{pmatrix} \theta_{dr,j}(s_i) \\ h_j(s_i) \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^n \begin{pmatrix} \theta_{dr,j,k} \\ h_{j,k} \end{pmatrix} \binom{n}{k} s^k (1-s)^{n-k} \quad \dots (1)$$

(2) リフト速度 / 加速度

$$\text{速度} : v_j(s_i) = \frac{dh}{d\theta_{dr}} = \frac{dh}{ds} \frac{ds}{d\theta_{dr}} = \frac{dh/ds}{d\theta_{dr}/ds} = \frac{(dP(s_i)/ds \text{の第二成分})}{(dP(s_i)/ds \text{の第一成分})} \quad \dots (2)$$

$$\text{加速度} : a_j(s_i) = \frac{d}{d\theta_{dr}} \left(\frac{dh}{d\theta_{dr}} \right) = \frac{ds}{d\theta_{dr}} \frac{dv_j(s_i)}{ds} = \frac{dv_j(s_i)/ds}{(dP(s_i)/ds \text{の第一成分})} \quad \dots (3)$$

※まずは s_i をもとにリフト量、速度、加速度を計算

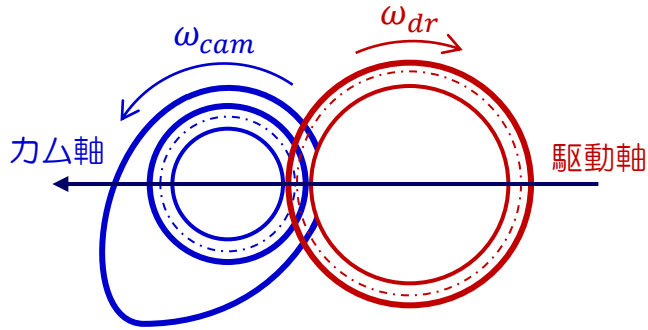


技術計算製作所

<http://giyutsu-keisan.com/>

カム計算 (その1)

(1) 回転比

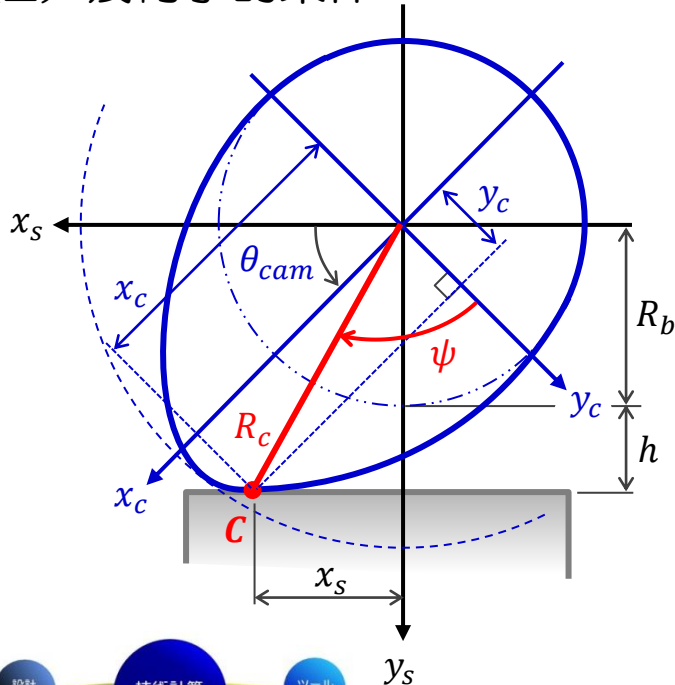


例えば、駆動軸1回転でカム軸が2回転する場合

$$\omega_{cam} : \omega_{dr} (= 2:1) \rightarrow \gamma_{rot} = \frac{\omega_{cam}}{\omega_{dr}} (= 2) \quad \dots (4)$$

$$\therefore \text{カム回転角} : \theta_{cam} = \gamma_{rot} \theta_{dr} \quad \dots (5)$$

(2) 幾何学的条件



a) カム軸回転中心から、カム/バルブ接触点Cまでの距離

$$R_c = \sqrt{x_s^2 + y_s^2} = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad \dots (6)$$

b) カム軸回転中心からバルブまでの高さ

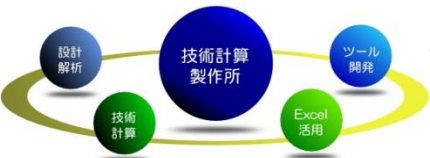
$$y_s = h + R_b \quad \dots (7)$$

c) バルブリフト量 ($h(\theta_{dr})$ は設定したリフト量 = 既知量)

$$h = h(\theta_{cam}) = h(\gamma_{rot} \theta_{dr}) \quad \dots (8)$$

d) 幾何学的条件

$$\begin{aligned} h(\theta_{cam}) + R_b &= \frac{y_c}{\cos \theta_{cam}} + (x_c - y_c \tan \theta_{cam}) \sin \theta_{cam} \\ &= y_c \cos \theta_{cam} + x_c \sin \theta_{cam} \quad \dots (9) \end{aligned}$$



カム計算（その2）

(9) 式の両辺を θ_{cam} で微分する

$$\frac{dh(\theta_{cam})}{d\theta_{cam}} = -y_c \sin \theta_{cam} + x_c \cos \theta_{cam} \quad \dots (10)$$

(9) ²+ (10) ²を計算する

$$\left(\frac{dh(\theta_{cam})}{d\theta_{cam}}\right)^2 = R_c^2 - y_s^2 \quad \rightarrow \quad \frac{dh(\theta_{cam})}{d\theta_{cam}} = x_s \quad (\because \text{前ページの図参照、正負は} dh \text{の符号}) \dots (11)$$

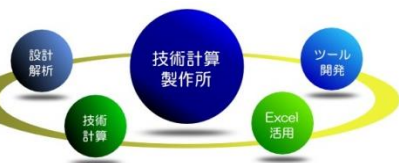
$$\frac{dh(\theta_{cam})}{d\theta_{cam}} = \frac{1}{\gamma_{rot}} \frac{dh(\gamma_{rot}\theta_{dr})}{d\theta_{dr}} \quad (\because d\theta_{cam} = \gamma_{rot}d\theta_{dr}) \dots (12)$$

(6)、(11)、(12) から R_c が決まる。また、角度の関係式

$$\psi = \tan^{-1} \frac{x_s}{y_s} + \theta_{cam} \quad \dots (8)$$

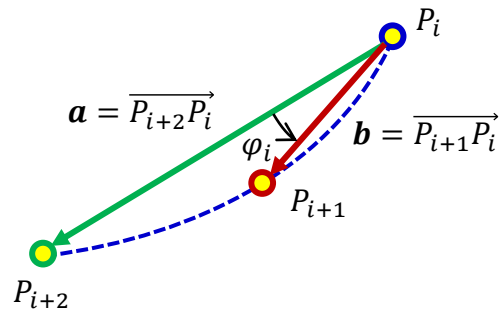
を使って、 $O-x_c y_c$ 座標系からみた点Cの軌跡は、

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_c \sin \psi \\ R_c \cos \psi \end{pmatrix} \quad \dots (9)$$



カム形状評価

カムが凸形状であることの判定方法



カムが凸形状であること条件

$$\cos \varphi_i = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} > 0 \wedge \sin \varphi_i = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} > 0$$

上記以外の場合はカムが凹となるのでNG

