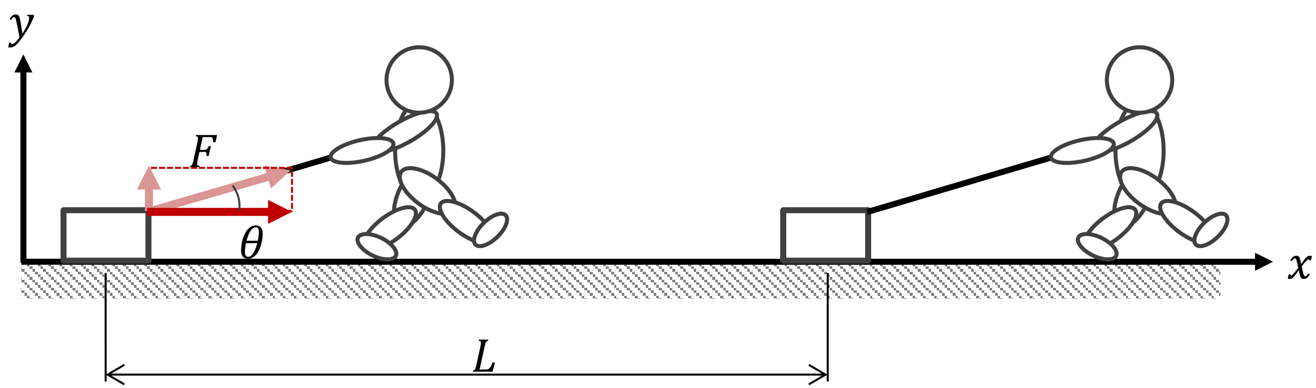
4. エネルギー

エネルギーの概念は物理学全般において非常に重要である。特に、熱力学では物体の状態を語る上でなくてはならないものである。従って、エネルギーの概念とその土台になる仕事については正確に把握しておかなければならない。

4．1．仕事

仕事とは「会社に行って働いてくること」ではない。
力学でいう**仕事**は**「物体を動かすとき、動かす方向に作用する力と動いた距離の積」**で定義される。例えば、下図のように箱を引っ張る力F、箱を動かした距離Lとするとき、仕事Wは次のようになる。

$$W = F\cos\theta \cdot L \quad \cdots(4.1-1)$$



このように、移動と垂直な力$\boldsymbol{F}$の成分$F\sin\theta$は仕事には寄与しない。
また、仕事の単位は[J]（ジュール）=[N・m]である。

4．1．仕事

ここで一つ、ベクトルについての新しい演算を導入する。それは“ベクトルの内積”で、次のように計算する。これは数学で定義されたものなので単純に受け入れる。

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}a_x\\a_y\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}b_x\\b_y\end{pmatrix}=a_xb_x+a_yb_y\quad\cdots(4.1-2)$$

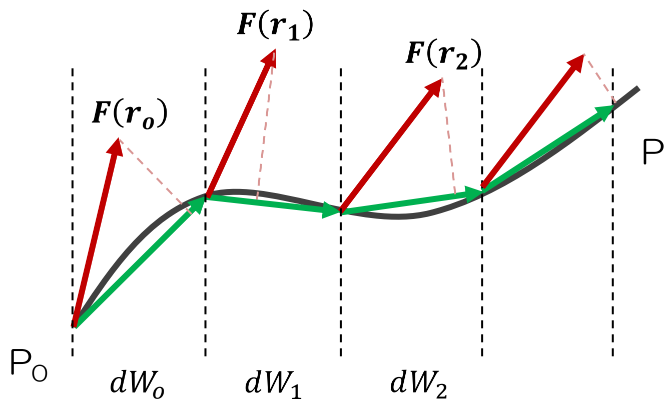
このベクトルの内積を使えば、仕事はより簡単に表すことができる。

$$W=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{L}=\begin{pmatrix}F\cos\theta\\F\sin\theta\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}L\\0\end{pmatrix}=FL\cos\theta\quad\cdots(4.1-3)$$

内積の利点は表記が楽になる以外にもう一つある。それは、三角関数を使わずに計算ができることである。仕事の計算では力の移動方向成分を抽出するのに三角関数が必要となる。しかし、ベクトルの成分がわかっていれば、（4.1-2）式により三角関数を使わずに仕事が計算できる。これは数学が苦手な人にとっては朗報なのではないだろうか？

4．1．仕事

“ベクトルの内積”という武器を手に入れたので、さっそく仕事に使ってみよう。
先ほどの例は、平坦な床をまっすぐ動かしているだけであったので簡単に仕事は計算できた。しかし実際は、床をグネグネ歩いたり、坂があったり、と箱をまっすぐ引っ張ることは不可能である。その場合でも仕事は計算できる。それは、速度のところでも見た**“積分”**を使うことである。積分は移動経路にそって、その長さを計算できた。それを仕事に使うのである。
そこで、移動経路を微小区分に分割すれば各区分の微小仕事は$dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$で求まる。

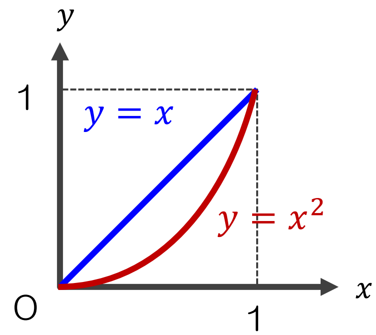


これを点P_O（位置ベクトル$\boldsymbol{r}_o$）～点P（$\boldsymbol{r}$）までの範囲で積分すると仕事が求まる。

$$W = \int_{P_O}^{P} dW = \int_{\boldsymbol{r}_o}^{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} \quad \cdots (4.1-4)$$

4. 1. 仕事

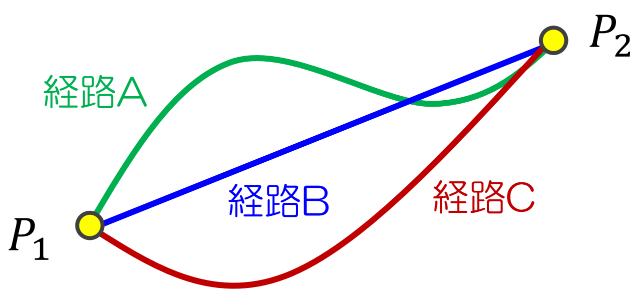
さて、一般に積分はその経路によって値を変える。例えば、



$$\int_0^1 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^1 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

従って積分範囲の同じ仕事Wについても、通常は物体の移動経路によってその大きさは変わる。



$$W_A \neq W_B \neq W_c \neq \int_{P_1}^{P_2} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$$

しかしながら、力がある条件（関数）を満たすとき、物体の移動経路に関係なく、積分の始点と終点のみで仕事Wが決まる場合がある。この性質は非常に重要で、後述するエネルギー保存則と、中心力とポテンシャルのところで説明する。

4．1．仕事

また、単位時間あたりの仕事を“**仕事率**”と呼び、次式で定義される

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v} \quad \cdots (4.1-5)$$

仕事率の単位は[W]（ワット）である。

以上のように、物理学における仕事は明確であり、あいまいな評価はない。
例えば人間社会のように、口先だけの仕事や他人の手柄を横取りするような仕事は仕事ではない。また汗水たらして働いて成果が出なくても人間社会では仕事と認められることもある。しかし物理学では、力が働いても移動がなければ成果なし、ということで仕事にはならない、つまり仕事 = 0である。力の掛け方も、人間社会なら回り道によって別の利点が得られるのでOKとなるが、物理学では単純に移動に対して向きが一致するほど仕事として認められる。非常にシビアだが、その分わかりやすくもある。
しかし、物理の世界にも仕事にまつわる“嫉妬”が存在する。それは、移動に寄与しない垂直成分の力$F\sin\theta$が、移動に寄与する水平成分の力$F\cos\theta$にジェラシーを感じて（？）、摩擦力を介して仕事の邪魔をする。これについては散逸エネルギーのところで話をする。

4. 2. エネルギーとは？

仕事が定義されたことで**“エネルギー”**という概念が生まれる。
エネルギーとは**「仕事をする能力」**である。“能力”であるから、そのすべてが仕事に使えるかどうかは別の問題である。能力が高くても仕事には使えない、というのは物理学においても存在する（これは熱力学で話をする）。

さて、エネルギーには様々な形が存在する。
- 運動エネルギー、位置エネルギー、弾性エネルギーといった力学的エネルギー
- 電気エネルギー、磁気エネルギー、電磁波エネルギー（光エネルギー）
- 化学エネルギー、核エネルギー

など

電気エネルギーは、電気で電車や車が動くことから仕事とつながるのは想像がつく。電磁波エネルギーは、太陽光発電によって電気に変えればあとは電気エネルギーとなって仕事とつながる。化学エネルギーは、例えば燃焼によるガスの温度上昇→膨張によって力学的な仕事とつながる（エンジンはその一例）。
それぞれのエネルギーについては物理学の各分野で扱われ、力学では一つ目の“力学的エネルギー”について扱う。

4. 3. 運動エネルギー

運動エネルギーについては**まず導出してそれから意味を考える**ことにする。**「単なる計算」**であるから深く考えず、また**意味を追わず**、そのプロセスを受け入れてもらいたい。

運動方程式の左辺に着目し、速度$\boldsymbol{v}$との内積をとれば仕事率が得られる。

$$\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\cdot\boldsymbol{v}\quad\cdots(4.3-1)$$

この右辺について、内積はベクトルの順序に関係ないので、次のように変形できる。

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\cdot\boldsymbol{v}=m\boldsymbol{v}\cdot\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=m\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}|\boldsymbol{v}|^2\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\quad\cdots(4.3-2)$$

ここまでは単純に計算による式変形を行っただけである。物理的な意味も「仕事率を出す」、ということ以外何も考慮されていない、単なる計算問題である。

以上により、仕事率は次式で表せる。

$$\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\quad\cdots(4.3-3)$$

このままでは扱いづらいので、次のような物理量Kを設定する。

$$K=\frac{1}{2}mv^2\quad\cdots(4.3-4)$$

4．3．運動エネルギー

（4.3-3）式は次のように書き換えられる。

$$P=\frac{dW}{dt}=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=\frac{dK}{dt}\qquad\cdots(4.3-5)$$

この式が意味するところは、「ある時点で発生する**“単位時間当たりの”**仕事＝仕事率は、“今のところ意味不明な”物理量Kの**“単位時間当たりの”**変化に等しい」。ここから、物理量Kと仕事Wは同じ単位[J]を持つことがわかる。

では、このKとはいったい何なのか？
これこそが **“運動エネルギー”** である。
その理由について説明するにあたり、運動エネルギーを“運動”と“エネルギー”の2ワードに分解し、物理量Kがこれらの意味に当てはまることを示そう。

まずは“エネルギー”について。
「エネルギーとは仕事をする能力」であるから、仕事と同じ単位[J]を持つのは当然である。物理量Kがこの条件を満たしているのは（4.3-4）式で示した通りである。

4．3．運動エネルギー

次に“運動”について。
（4.3-2）式に戻れば、物理量Kは「運動量の時間変化と速度の内積」から得られる。

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\cdot\boldsymbol{v}=\cdots=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)=\frac{dK}{dt}\quad\cdots(4.3-6)$$

“運動量”は読んで字のごとく運動にまつわる物理量である。従って、物理量Kが“運動”と直結していることは明らかであり、物理量Kを**“運動エネルギー”**と呼ぶのに何ら抵抗はない．．．はずである。

ではなぜ物理量Kを**“運動エネルギー”**と呼んで**“運動仕事”**と呼ばないのか？
これは仕事が“力”によって定義されているのに対し、物理量Kが質量mと速度vによって定義されているためである。このことは、Kが「100%必ず仕事に変換されるとは限らない」こととつながっている。簡単な例を挙げれば、空気抵抗によって一部のエネルギーが熱や音（風切り音など）など他の形態で使われることなどがある。

以上が「物理量Kは運動エネルギー」であることの説明である。

4. 3. 運動エネルギー

（4.3-3）式は仕事率の関係式である。この式を時刻t_oからt_1まで時間tで積分する。左辺は仕事なので、右辺のみ計算する。このとき、運動エネルギーKは質量mと速度vの関数であることに注意すれば、

$$\int_{t_o}^{t_1} \frac{dK}{dt} dt = \int_{v_o}^{v_1} dK = K(v_1) - K(v_o) = \frac{1}{2} m {v_1}^2 - \frac{1}{2} m {v_o}^2 \quad \cdots (4.3-7)$$

が得られる。この式には一つ特徴がある。それは**「積分は物体の移動経路に依らず、始点と終点の速度のみで決まる」**ことである。つまり「運動エネルギーはある時点での速度さえわかってしまえば決まる」のである。

$$W = \frac{1}{2} m {v_1}^2 - \frac{1}{2} m {v_o}^2 \quad \cdots (4.3-8)$$

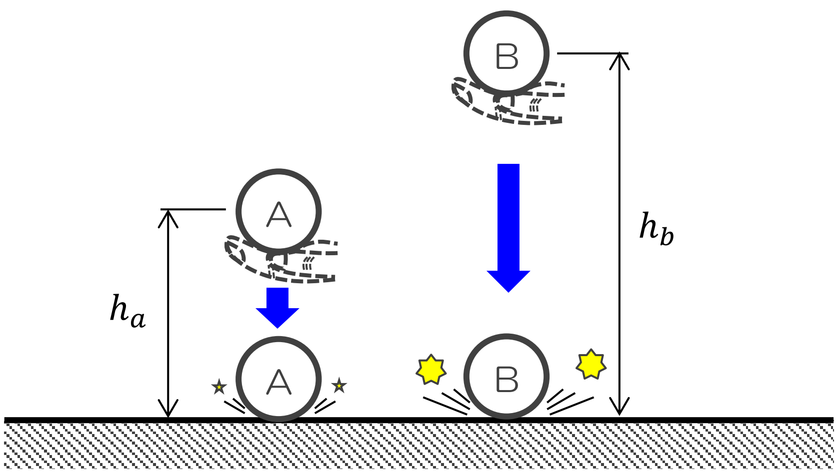
以上の結果から、仕事と運動エネルギーとの変化の関係は次のようになる。

（1）$v_1 > v_o$なら、物体は外部から仕事Wをもらい、運動エネルギーKを増やす
　→　外部からの仕事をエネルギーとして貯蓄
（2）$v_1 < v_o$なら、物体は外部に仕事Wをして、運動エネルギーKを減らす
　→　エネルギーを外部への仕事として消費

4. 4. 位置エネルギー

運動エネルギーは「物体の質量と速度によって蓄えるエネルギー」のことであった。
では“位置エネルギー”とはどういったものか？について見ていくことにする。

我々が暮らす地上には、ありとあらゆる場所で重力が作用している。このような場所を“重力場”と呼ぶ。
今、ともに質量mの物体A、Bが、それぞれ地上から高さh_a、h_b(ただし$h_a > h_b$)の位置にあるとする。これらを「せ～の！」で落とすと、地面に到達するA、Bの速さは$v_a < v_b$になる。



“場”を一般化すると「何かしらの物理量が、ありとあらゆる場所で作用している空間」である。

4．4．位置エネルギー

この関係は運動方程式から求めることができる。

$$m\frac{dv}{dt}=mg \quad \rightarrow \quad \therefore v=-gt \quad (\because \text{初速}=0) \quad \cdots(4.4-1)$$

さらに、

$$\frac{dh}{dt}=v=-gt \quad \rightarrow \quad \therefore h=h_o-\frac{1}{2}gt^2 \quad \cdots(4.4-2)$$

このとき、hは0、h_oにh_a、h_bが当てはまる。従って、

$$h_a=\frac{1}{2}g{t_a}^2\text{、}h_b=\frac{1}{2}g{t_b}^2 \quad \rightarrow \quad t_a=\sqrt{\frac{2h_a}{g}}\text{、}t_b=\sqrt{\frac{2h_b}{g}}$$

$h_a<h_b$であるから、落下にかかる時間t_a、t_bは$t_a<t_b$となる。従って、（4.4-1）式から着地直前のA、Bの速さは$v_a<v_b$になる。
この結果、着地直前における物体A、Bの運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}m{v_a}^2<\frac{1}{2}m{v_b}^2 \quad \cdots(4.4-3)$$

となる。また落下に際し、物体A、Bには何も仕事を加えていないことから、高い位置にある物体の方がエネルギーをたくさん持っていることがわかる。

4. 4. 位置エネルギー

このとき一体何が運動エネルギーに変換されたのだろうか？
それを解き明かすには、運動方程式をもう一度よく見る必要がある。

$$m\frac{dv}{dt} = -mg = F \quad \cdots(4.4-4)$$

この式は「物体に重力が作用する」ことを表しているので、重力の仕事を算出する。

$$W = \int_{h_a}^{h_b} F dh = \int_{h_a}^{h_b} (-mg) dh = mgh_a - mgh_b = U(h_a) - U(h_b) \quad \cdots(4.4-5)$$

ここで$U = mgh \quad \cdots(4.4-6)$と置いた。

これは、物体を持ち上げるには重力とは逆向きに仕事をしなければならない。当然持ち上げる高さが高いほど移動距離は長いので、物体にたくさんの仕事を与えなければならない。そうすると、たくさん仕事を受けた方がエネルギーもたくさん蓄えていることになる。このとき、**高さがエネルギーを蓄える要因**になっていることがわかる。だから**“位置エネルギー”**と呼ぶのである。
さらに（4.4-5）式をよく見ると、位置エネルギーは積分経路に依存せず、開始点と終了点の高さのみで決まる。つまり運動エネルギー同様、**「位置エネルギーはある時点での位置さえわかってしまえば決まる」**のである。

4．4．位置エネルギー

以上の結果から、仕事と位置エネルギーとの変化の関係は次のようになる。

（1）$h_1 > h_o$なら、物体は外部から仕事Wをもらい、位置エネルギーUを増やす
→　外部からの仕事をエネルギーとして**貯蓄**
（2）$h_1 < h_o$なら、物体は外部に仕事Wをして、位置エネルギーUを減らす
→　エネルギーを外部への仕事として**消費**

位置エネルギーにはもう一つ特徴がある。それは「**位置の基準を自由に選択できる**」ことである。なぜなら、位置エネルギーで重要なのは **“位置エネルギーの変化”** であって、その絶対値ではないからである。
今、位置エネルギーを0とする高さをh_oとする。すると位置エネルギーの変化は次のように計算できる。

$$
\begin{aligned}
U(h_a) - U(h_b) &= \int_{h_o}^{h_a} mgdh - \int_{h_o}^{h_b} mgdh \\
&= mg(h_a - h_o) - mg(h_b - h_o) \\
&= mgh_b - mgh_a \quad \cdots (4.4-7)
\end{aligned}
$$

h_oはどんな値をとろうとも、位置エネルギーの変化になんら影響を与えない。

4．4．位置エネルギー

実は位置エネルギーは重力によるものだけではない。2.9節でみた“ばね”の力も位置エネルギーになることをここでは確認する。

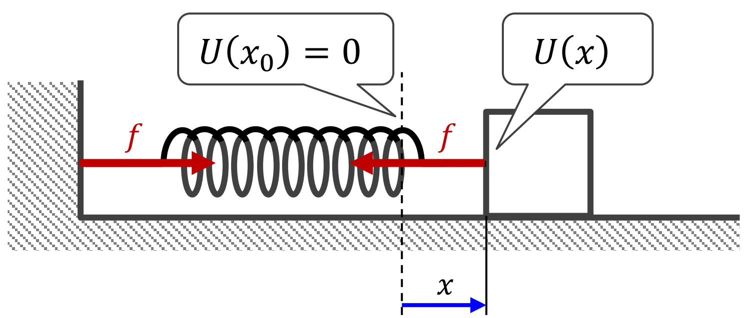
ばねの力は、

$$F = -kx \quad \cdots (4.4-8)$$

であるから、この力による仕事を計算すると、

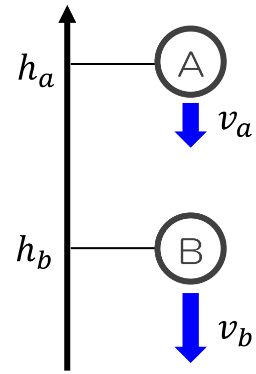
$$W = \int_{x_0}^{x} -kxdx = \frac{1}{2}k({x_0}^2 - x^2) = U(x) - U(x_0) \quad \cdots (4.4-9)$$

となり、仕事は積分の開始点と終了点のみで決まる。これは、ばねが伸び縮みしない状態のエネルギーを0としたとき、ばねが伸びた分あるいは縮んだ分でエネルギーを蓄えていることになる。つまり、ばねにつながれた物体の位置によってエネルギーが決まる、ということである。これはまさに“位置エネルギー”そのものである。



4. 5. エネルギー保存則

これまでの例にならって、地上から高さh_aにある物体がh_bまで落下したケースを考える。



運動方程式は（4.4-4）式そのままである。

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -m\boldsymbol{g} \quad \cdots(4.4-4)$$

この式をh_aからh_b範囲で積分すれば、運動エネルギーの式（4.3-9）、位置エネルギーの式（4.4-6）を用いて次式を得る。

$$\frac{1}{2}m{v_b}^2 - \frac{1}{2}m{v_a}^2 = mgh_b - mgh_a \quad \cdots(4.5-1)$$

これは「**運動エネルギーの変化量と位置エネルギーの変化量は等しい**」ということを言っている。

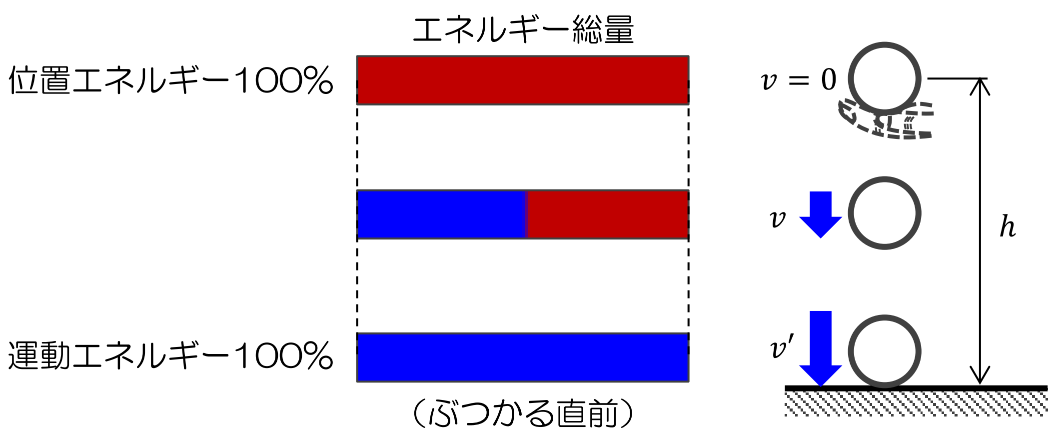
4. 5. エネルギー保存則

この式を変形すると、違った視点が見えてくる。

$$\frac{1}{2}m{v_b}^2 + mgh_b = \frac{1}{2}m{v_a}^2 + mgh_a \quad \cdots(4.5-2)$$

$$\rightarrow \quad \text{一般化：} \frac{1}{2}mv^2 + mgh = K + U = const \quad \cdots(4.5-3)$$

この式から「**運動エネルギーと位置エネルギーの和は一定に保たれる**」ということがわかる。この関係を **“力学的エネルギー保存則”** と呼ぶ。この性質は **「運動エネルギーと位置エネルギーはともに積分経路によらず、始点と終点の状態（速度、位置）のみで決まる」** ことに由来する。力学的エネルギーの保存は運動中つねに維持される。

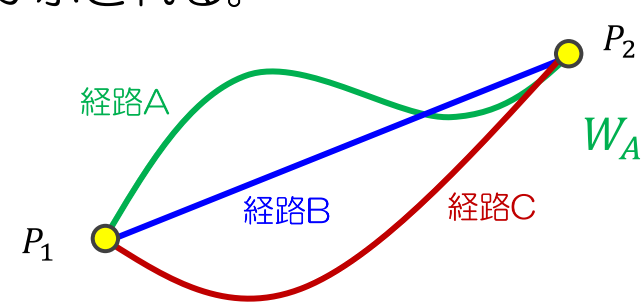


4．6．保存力とポテンシャル

本書のターゲットは“力学に初めてふれる人”、“力学が苦手な人”である。ということからすると、ここで出てくる話は少々荷が重い。従って、**物理的な意味の理解に的を絞って**話を進める。特に**“保存力”**については本章以降でも出てくるので知っておいてもらいたい。一応必要な数学について載せてはおくが、そこは飛ばして構わない。説明に厳密性の欠けるところはあるかもしれないが、そこはご容赦ねがいたい。

まずは、前節の力学的エネルギー保存則の流れで最初に定義しておきたい**“保存力”**について述べる。

「力$\boldsymbol{F}$による仕事Wが物体の運動の経路によらず積分の開始点P_1と終了点P_2のみで決まる」とき、この力$\boldsymbol{F}$を**“保存力”**と呼ぶ。重力は積分すると位置エネルギーとなり、上記保存力の定義を満足する。名前からして当たり前だが**「保存力は力学的エネルギー保存則」**を満足する。これにより力学的エネルギー保存則は一般化され、重力場以外でも成り立つことが示される。



$$W_A = W_B = W_c = \int_{P_1}^{P_2} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$$
$$= U(P_2) - U(P_1)$$

積分は経路に依らない！！

4. 6. 保存力とポテンシャル

では一体どんな力が保存力となりうるのか？

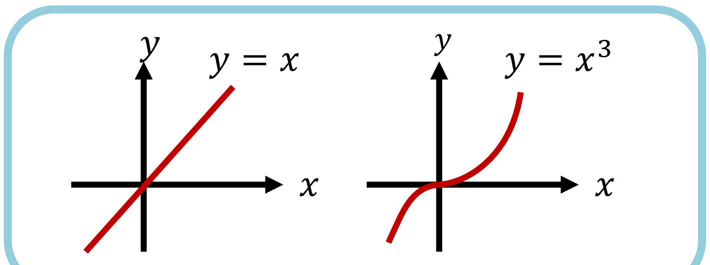
それは「力$\boldsymbol{F}$の直交成分F_x、F_y、F_zが、位置の1価関数$U(x,y,z)$の偏微分で決まる」ときである。

$$F_x=-\frac{\partial U}{\partial x}、F_y=-\frac{\partial U}{\partial y}、F_z=-\frac{\partial U}{\partial z} \quad \text{または} \quad \boldsymbol{F}=-\frac{\partial U(\boldsymbol{r})}{\partial \boldsymbol{r}} \quad \cdots(4.6-1)$$

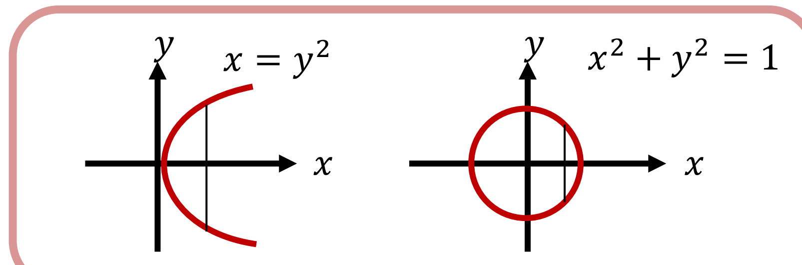
ここで聞きなれないワード“1価関数”と“偏微分”が出てきたので、それぞれについて説明する。これらは数学によって定義されるものなので、単純に受け入れればよい。

（1）1価関数

1つの変数xの値に対して$f(x)$がただ1つ決まるとき、$f(x)$を**1価関数**と呼ぶ



1価関数



1価関数ではない

4．6．保存力とポテンシャル

（2）偏微分

次頁に参考図を載せているので合わせて見てほしい。

互いに影響を呼ぼさない変数x, y, z（独立変数）を持つ関数$f(x, y, z)$について、例えばy, zを固定すれば$f(x, y, z)$はxの関数$f(x)$とみなせる。このとき、1つの変数のみ動かして微分する操作を**偏微分**と呼ぶ。偏微分は関数の変数がいくつであっても成り立つ。

$$y, z\text{を固定して}x\text{で微分：}\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x, y, z) - f(x, y, z)}{\Delta x}$$

関数$f(x, y, z)$の増分dfは、変数x, y, zそれぞれの増分を重ね合わせたものでなければならない。偏微分は各変数ごとの傾きを表すので、各変数ごとの増分は

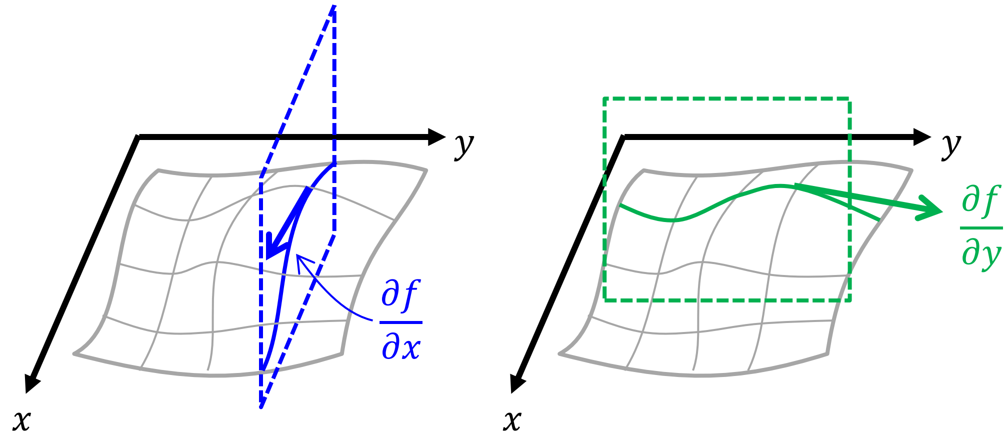
$$\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} dx\text{、}\quad \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} dy\text{、}\quad \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} dz$$

で表せる。従って、

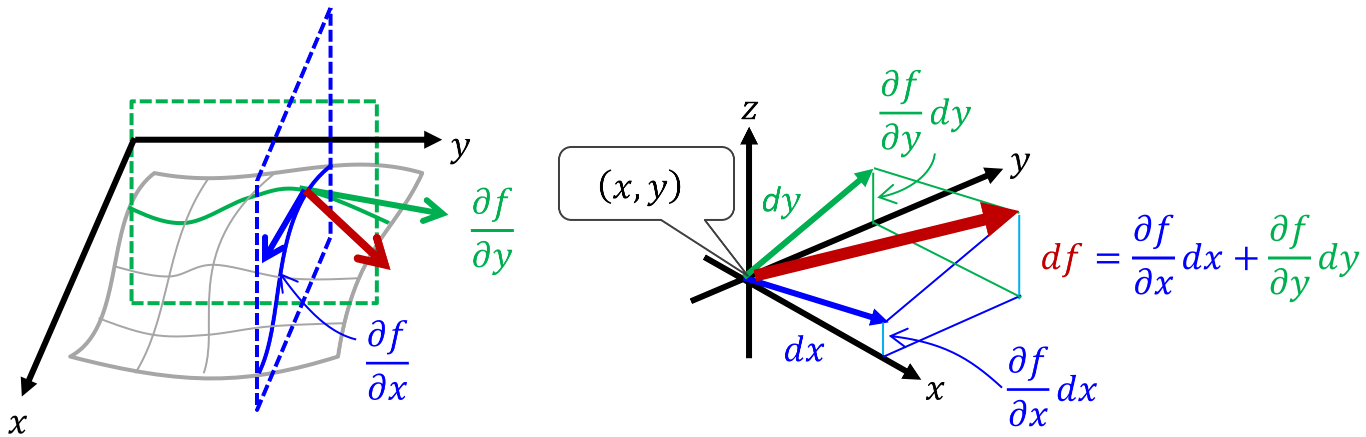
$$df(x, y, z) = \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} dy + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} dz$$

4. 6. 保存力とポテンシャル

例えば曲面関数$z = f(x, y)$についての図解
関数fのx方向偏微分$\partial f/\partial x$とy方向偏微分$\partial f/\partial y$。



関数fの増分dfは、x方向の増分$(\partial f/\partial x)dx$と$y$方向の増分$(\partial f/\partial y)dy$の和で表せる。



4. 6. 保存力とポテンシャル

偏微分を導入すると保存力$\boldsymbol{F}$は次のように表せる（$\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$、$\boldsymbol{e}_z$は軸単位ベクトル）。

$$\boldsymbol{F} = F_x\boldsymbol{e}_x + F_y\boldsymbol{e}_y + F_z\boldsymbol{e}_z$$

$$= -\left(\boldsymbol{e}_x\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{e}_y\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{e}_z\frac{\partial}{\partial z}\right)U = -\mathrm{grad}U \quad \cdots(4.6-2)$$

ただし、$\mathrm{grad} = \boldsymbol{e}_x\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{e}_y\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{e}_z\frac{\partial}{\partial z}$

ここでgradは**勾配**（gradient）と呼ばれる微分演算子で、名前のとおり“ベクトルの勾配”を表す。1.2節で微分は曲線の接線の勾配を表す、と述べた。それと同様で、これは曲面の接線の各軸方向の勾配を表したものである。

確認のため、保存力の行う仕事を計算する。

$$W = \int_{P_1}^{P_2}\boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r} = -\int_{P_1}^{P_2}\left(\frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz\right)$$

$$= -\int_{P_1}^{P_2}dU = U(P_1) - U(P_2) \quad \cdots(4.6-3)$$

この結果、**保存力の仕事は経路によらない**ことが示された。

4．6．保存力とポテンシャル

最後に“ポテンシャル”について説明する。
一般に力$\boldsymbol{F}(x,y,z)$が1つの関数$U(x,y,z)$を用いて

$$F_x=-\frac{\partial U}{\partial x}、F_y=-\frac{\partial U}{\partial y}、F_z=-\frac{\partial U}{\partial z}\quad\cdots(4.6-4)$$

で表せるとき、関数$U(x,y,z)$を力の“**ポテンシャル**”と呼ぶ。ここで一つ注意することは、関数$U(x,y,z)$を1価関数で縛っていないことである。つまり、ポテンシャルによって力$\boldsymbol{F}(x,y,z)$を表せたとしても、必ずしも保存力とはならない。

ポテンシャルについて言い換えると、「ベクトル場$\boldsymbol{F}$がスカラー場Uの勾配gradによって決まる」とき、Uを$\boldsymbol{F}$のポテンシャルと呼ぶ。このようなものを我々は普段から目にしている。例えば、地図の等高線、天気図の等圧線、川の流れの流線、電場の等電位面などがある。これらは必ずしもエネルギー⇔力の関係だけを指さない（流線については速度ポテンシャルと呼ばれている）。

ポテンシャルの概念は抽象的で理解し難いが、あくまで関数としての性質をうたっており、**数学上の定義**と捉えておく方が悩みは少ないのではないか、と思う。

4．6．保存力とポテンシャル

さて、わざわざ“ポテンシャル”の概念を導入したのだから、これによって何か物理的な意味を明らかにできることがあるに違いない。ということで、ポテンシャルによって得られる力の特徴について見ていくことにする。

ポテンシャル$U(x,y,z)$が定数cをとるときを考える。

$$U(x,y,z)=c$$

$U(x,y,z)$は曲面を表す関数であり、等しい点を連ねて得られる曲面が描かれる。このようにして得られる面を“**等ポテンシャル面**”と呼ぶ。この面は地図に描かれている等高線や天気図に描かれている等圧線と同じようなものである。
ということは、等ポテンシャル面が密なところは勾配が強い = 変化が大きい、ということである。ポテンシャルの勾配が力であることは（4.6-2）式で示した通りである。つまり「**等ポテンシャル面が密なところは力が強く働く**」ということである。

4. 7. 散逸エネルギー

“散逸”は「散らばってどっかにいってしまい、もはや回収不能」という意味がある。ということで**“散逸エネルギー”**は**「散らばってどっかにいってしまい、回収不能なエネルギー」**ということになる。そんなエネルギーとはどういうものなのだろうか？

実は“力学的エネルギー保存則”、理想化された条件で成立する理論上の概念であって、現実にはあり得ない（近似的にそのように扱えるものはある）。「現実にありえないことに一生懸命になるなんて無駄やろ」と思うのは無理もないが、どれほど天才と呼ばれる人でも思考には限界がある。そのため、まずは単純化した条件で物事の理屈を把握し、それをより現実に近づけていく、というプロセスはこれまでの科学で常に取られてきた手法である。とはいえ、現象を近似的に扱えばほぼ理想状態と一致する、とされるものが世の中にはたくさんあるので、それでも十分事足りている。それを証明しているのが昨今の科学技術の発展である。
少し話は脱線したが、ここで問題にするのは**「理想化された条件から外れ、現実的な条件を加味した場合に現れるエネルギー」**に着目することである。

4．7．散逸エネルギー

力学の現象でまず最初にこの理想条件から外れる対象として思い浮かぶのが、抗力の節で紹介した“**摩擦**”である。摩擦は固体同士の接触によって発生するもの以外にも、空気抵抗など流体との接触によって発生するものも含まれる。一般に言う“**抵抗**”である。

ここでは「**摩擦はなぜ散逸エネルギーとなるのか？**」について説明する。
寒いとき体をさするとその部分は暖かくなる、消しゴムでノートをゴシゴシすると熱くなる、レース用の車のブレーキを掛けるとブレーキディスクが真っ赤になる、これらはすべて摩擦によって生じる現象である（正確には動摩擦）。

少し細かい話をするが、あまり難しく考えず、ふ～～～ん、と思って読んでほしい。
物体を放置しているとき、物体を構成する分子（原子）は電気的な力によって均衡状態が保たれている。とはいえ、その場所で振動はしている。そこに“擦る”という事象を発生させると、接触面には必ず凹凸があるため、接触部で生じる相対運動によりその凹凸が衝突したり離れたりする。このとき凹凸は変形し、ミクロな状況でみれば分子間距離が変動し、力の均衡が崩れる。すると均衡時に行っていた分子の振動よりも大きな振動が生じ、周囲の分子と衝突しながらエネルギーの交換を行う。このエネルギーの交換が徐々に広がることで、接触部の温度は上昇する。
これが摩擦による温度上昇のメカニズムとされている。

4．7．散逸エネルギー

このとき、摩擦によって生じたエネルギーの交換は“熱”という形で行われる。“熱”の詳細は熱力学のところで述べるので、今はそういうものだ、と単に受け入れるだけでよい。熱によるエネルギー交換は無秩序に行われるため、どこに散らばるかは“運を天に任す”的である。従って熱によって移動したエネルギーは、そのすべてを回収することは不可能となる。例えば空気を温めたとき、空気は拡散するため温かくなった部分だけを集めるのは不可能、と同じである。

まとめると、摩擦によって生じたエネルギーは“熱”という形で移動するため回収不能、ということである。この現象はまさに“散逸”にピッタリである。
以上が**「摩擦は散逸エネルギー」**の一つであることの理由である。
摩擦以外にも、音、塑性変形などは散逸エネルギーに該当する。

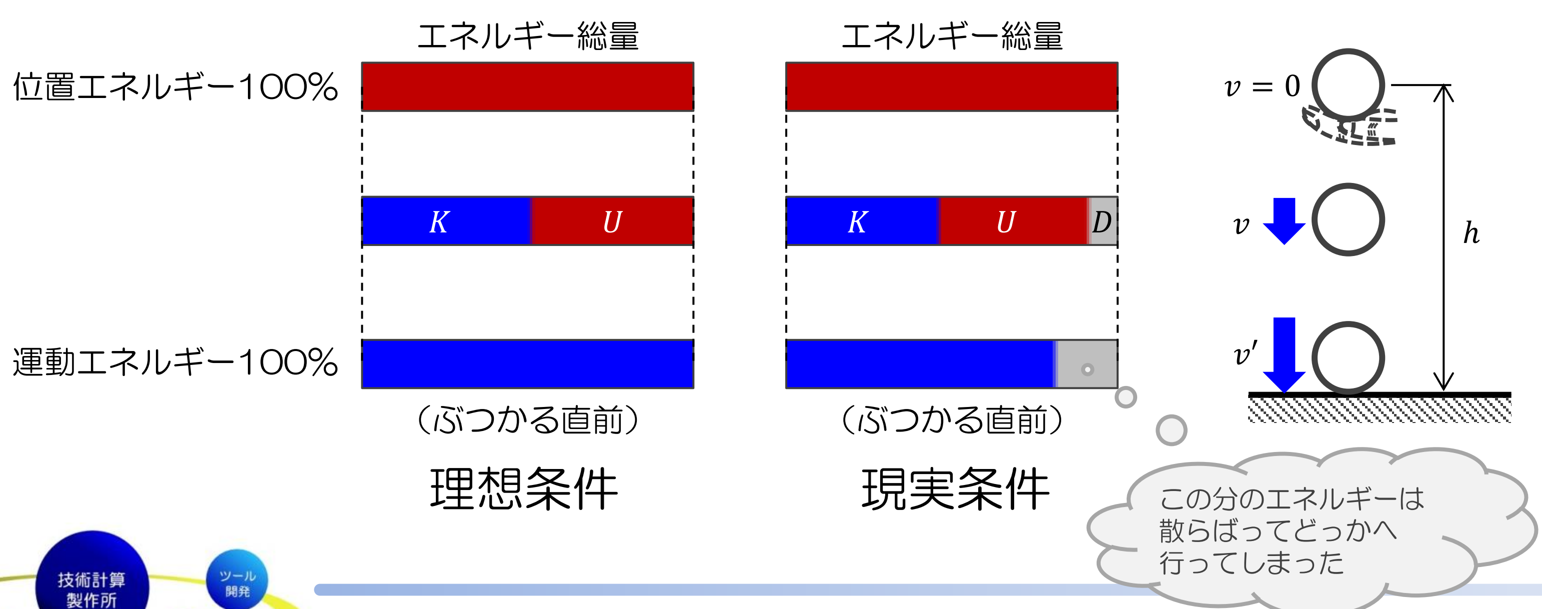
4．7．散逸エネルギー

では、この散逸エネルギーが作用した場合、力学的エネルギー保存を示す（4.5-3）式はどのように変わるのだろうか？

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = K + U \neq const \quad \cdots (4.7-1)$$

一定にならないのは、摩擦によって生じたエネルギーがどこかへ散逸してしまったためである。その散逸エネルギーをDで表せば、エネルギー保存は次のように表すことができる。

$$K + U + D = const \quad \cdots (4.7-2)$$



４．８．エネルギーの簡単な計算例

作成中