3. 離散フーリエ変換

離散フーリエ変換 = DFT：Descrete Fourier Transformation

デジタル信号に対してフーリエ変換を実行

⬇

N個の時系列離散データ$f_0, \cdots, f_{N-1}$、計測時間T、信号の取得時間間隔$\Delta t \Rightarrow T = N\Delta t$
このとき、DFTにより求まる複素フーリエ係数は

$$F(\omega) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-i\frac{2\pi}{T}kt}\,dt = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} f(t)e^{-i\frac{2\pi}{T}kt}\,dt$$

$$\xrightarrow{\text{離散化}} \quad c_k = \frac{1}{N\Delta t}\sum_{p=0}^{N-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{N}kp}\Delta t = \frac{1}{N}\sum_{p=0}^{N-1} f_p e^{-i\frac{2\pi}{N}kp}$$

DFTから求まるフーリエ係数は **“近似的”**

3. 離散フーリエ変換（DFT）

$$\text{フーリエ係数：} c_k = \frac{1}{N}\sum_{p=0}^{N-1} f_p e^{-i\omega_k p} \quad \left(\because \omega_k = \frac{2\pi}{N}k\right)$$

$$= \frac{1}{N}\left(f_0 + f_1 e^{-i\omega_k} + f_2 e^{-2i\omega_k} + \cdots + f_{N-1} e^{-(N-1)i\omega_k}\right)$$

⬇

c_kは複素数なので複素数演算できない場合

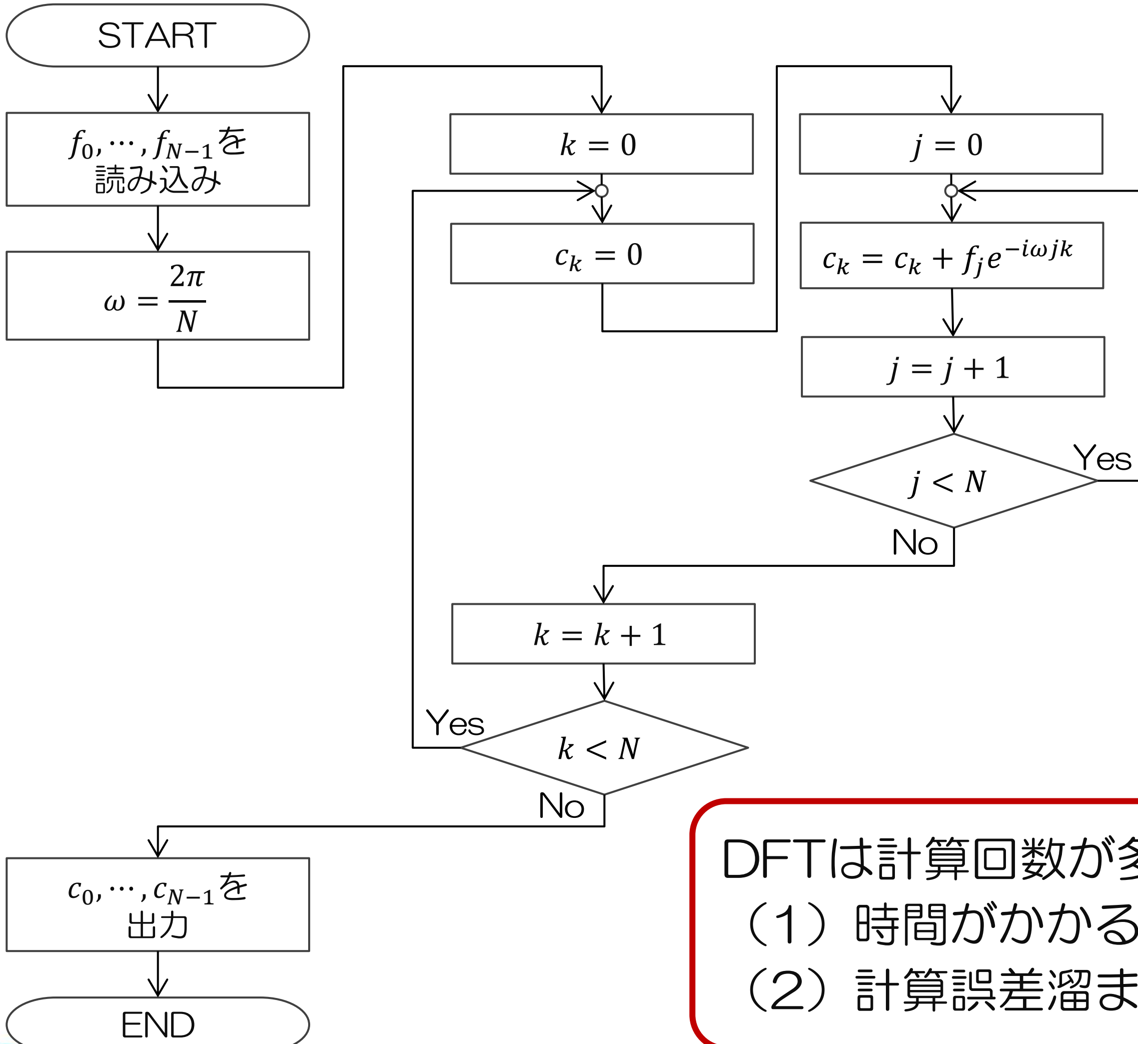
ただし、**時系列データ$f_0, \cdots, f_{N-1}$**は一般に**実数**であることを考慮して、

$$c_k = \frac{1}{N}\sum_{p=0}^{N-1}\{f_p \cos(\omega_k p) - f_p \sin(\omega_k p)\}$$

$$= a_k - ib_k \quad \begin{cases} a_k = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{p=0}^{N-1} f_p \cos(\omega_k p) & \text{(偶関数)} \\[2ex] b_k = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{p=0}^{N-1} f_p \sin(\omega_k p) & \text{(奇関数)} \end{cases}$$

3. 離散フーリエ変換（DFT）

DFT演算フローチャート



DFTは計算回数が多く、
（1）時間がかかる
（2）計算誤差溜まり精度悪化する