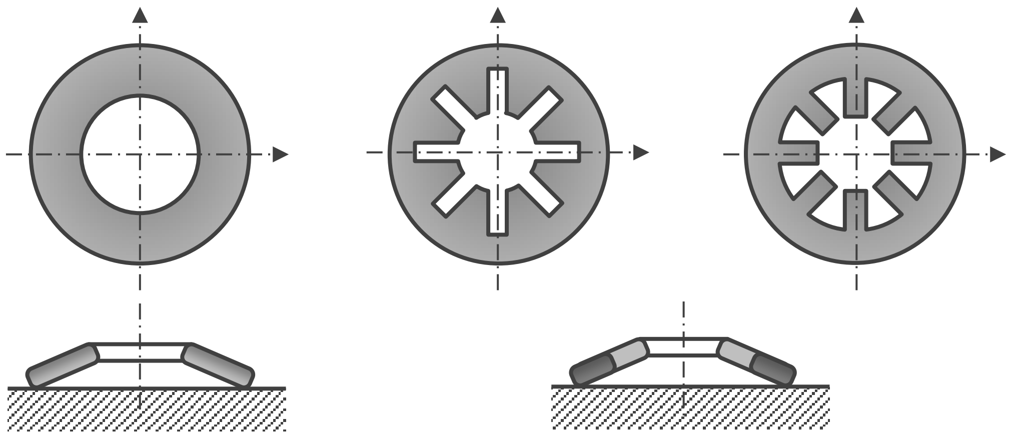
皿ばね計算

目次

1. 皿ばね計算概要

本計算は、下記タイプの皿ばねの荷重特性と応力評価を行う。



（1）通常タイプ　（2）スリットタイプ（はり部台形）　（3）スリットタイプ（はり部等幅）

図１－１　皿ばねタイプ

スリットタイプの皿ばね計算は、皿ばね部とはり部に分けて計算を行い、最後に合成する。ただし、スリットタイプの形状を完全には模擬していないため、例えばはり部と皿ばね部の間にあるフィレット（隅 R）の影響等によって、実際の荷重特性から数～10%程度異なる場合がある。従って荷重特性や応力評価は、製造メーカーと協議の上最終決定する必要がある。詳細検討をどうしても行いたい場合は、非線形構造 CAE に頼らざるを得ない（薄板のため変形の一次近似が成り立たない、床面との接触部の摩擦抵抗による影響など）。

また、皿ばね自体はプレス製造されることが多く、それほど形状精度は高くない。従って、通常タイプの皿ばねにあっても、他のばねよりも一般的に荷重ばらつきは大きくなる。

2. 皿ばね計算

2. 1. 通常タイプの皿ばね計算

ここでは、図 1−1 で示した（1）通常タイプの皿ばね計算について述べる。皿ばね計算に必要となるパラメータは、下図の通りである。なお、δは皿ばねに荷重が作用するときのたわみ量で、それ以外は無荷重時の寸法を指す。荷重 P は内周上縁に均一に加わるものとする。

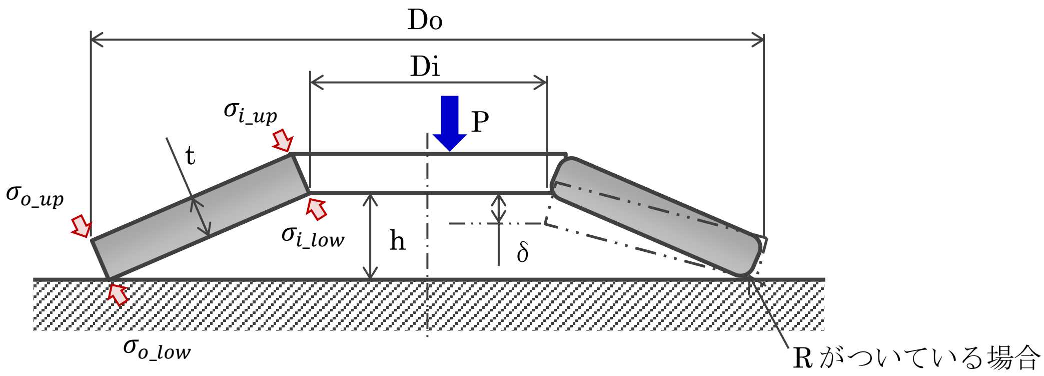


図 2.1−1　皿ばね計算パラメータ

皿ばねの計算は、アルメン・ラスロの式を用いる。ただし、本式は非常にに複雑であり、式の表現を簡素化するために次のような定数を設定する。

$$\begin{cases} C_1 = \pi\left(\dfrac{\alpha+1}{\alpha-1} - \dfrac{2}{\ln\alpha}\right)\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^2 \\ C_2 = \dfrac{6}{\pi\ln\alpha}\left(\dfrac{\alpha-1}{\ln\alpha} - 1\right) \\ C_3 = \dfrac{3(\alpha-1)}{\pi\ln\alpha} \end{cases} \qquad \left(\text{ただし}\alpha = \frac{D_o}{D_i}\right) \quad \cdots(2.1-1)$$

α は内外径比である。また、

$$K_d = \frac{4C_1Et}{(1-\nu^2){D_o}^2} \quad \left(E\text{: 縦弾性係数、}\nu\text{: ポアソン比}\right)\cdots(2.1-2)$$

$$\text{角部 R 係数：}\kappa = \frac{D_o - D_i}{D_o - D_i - 3R} \quad \cdots(2.1-3)$$

以上を用いて、皿ばねのたわみδと荷重 P の関係式は以下のように表せる。

$$P = \kappa K_d t^2 \delta\left\{\left(\frac{h}{t} - \frac{\delta}{t}\right)\left(\frac{h}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) + 1\right\} \quad \cdots(2.1-4)$$

荷重はたわみの三次式になっており、荷重が既知としてたわみを求めるのは簡単ではない。従って、荷重／たわみ特性グラフを作成して、そこから既知の荷重に対するたわみを読み取った方が簡単でよい。

次に、皿ばねの応力は、図 2.1－1 の赤矢印が指す内周上縁（主に圧縮)、内周下縁（主に引張)、外周内縁（主に圧縮)、外周下縁（主に引張）の接線方向に生じるものが算出される。

$$\text{内径側：}\begin{cases}\sigma_{i\_up}=K_d\delta\left\{-C_2\left(\dfrac{h}{t}-\dfrac{\delta}{2t}\right)-C_3\right\}\\ \sigma_{i\_low}=K_d\delta\left\{-C_2\left(\dfrac{h}{t}-\dfrac{\delta}{2t}\right)+C_3\right\}\end{cases}$$

$$\text{外径側：}\begin{cases}\sigma_{o\_up}=K_d\delta\left\{(2C_3-C_2)\left(\dfrac{h}{t}-\dfrac{\delta}{2t}\right)-C_3\right\}\\ \sigma_{o\_low}=K_d\delta\left\{(2C_3-C_2)\left(\dfrac{h}{t}-\dfrac{\delta}{2t}\right)+C_3\right\}\end{cases}\quad\cdots(2.1-5)$$

2．2．スリット付き皿ばね計算

スリット付き皿ばねの計算は、皿ばね部とはり部を分けて計算し、後で合成する方法をとる。その際、はり部は片持ちばりとして計算する。

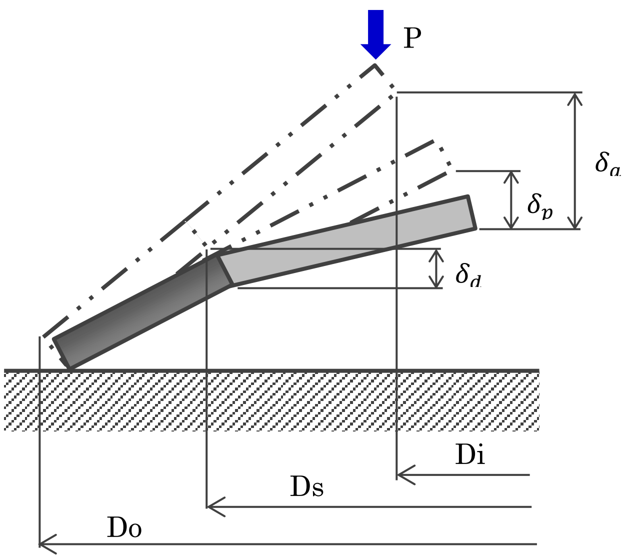


図 2.2－1　スリット付き皿ばねのたわみ

皿ばねの全たわみをδa、はり部のたわみをδp、皿ばね部のたわみをδd とするとき、それらの間には次式の関係が成り立つ。

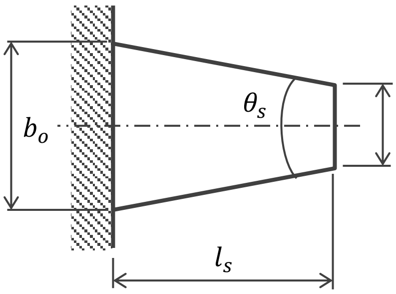
$$\delta_a=\delta_p+\frac{D_o-D_i}{D_o-D_s}\delta_d\quad\cdots(2.2-1)$$

従って、皿ばね部に作用する荷重はレバー比を考慮する必要があり、たわみδd と皿ばね全体にかかる荷重 P との関係は、(2.1－4) 式を用いて次のように表される。

$$\frac{D_o-D_i}{D_o-D_s}P=\kappa K_d t^2\delta_d\left\{\left(\frac{h}{t}-\frac{\delta_d}{t}\right)\left(\frac{h}{t}-\frac{\delta_d}{2t}\right)+1\right\}\quad\cdots(2.2-2)$$

このとき、(2.1－1）～（2.1－5）式に Di＝Ds を代入することを忘れてはならない。

次に、はり部の計算を行う。はり部は図 1－1 で示した（2）では片持ち台形ばり、(3）では単純片持ちばりで計算を行う。



$$l_s \cong \frac{D_s - D_i}{2} \quad \cdots (3.2-3)$$

図 2.2－2　片持ち台形ばり

スリットの数が n 個あるとき、1 つの台形ばりにおける荷重 P とたわみδp の関係式は次式で定まる。

$$\delta_p = K \frac{4(1-\nu^2){l_s}^3}{E b_o t^3} \frac{P}{n} \quad \cdots (2.2-4)$$

$$K = \frac{3}{(1-\beta)^3} \left\{ \frac{1}{2} - 2\beta + \beta^2 \left(\frac{3}{2} - \ln \beta \right) \right\} \quad \left(ただし\beta = \frac{b}{b_o} \right)$$

（3）の場合は b＝bo として（3.2－4）式を計算すればよい。

以上により、荷重 P に対する皿ばね部のたわみδd とはり部のたわみδp が定まったので、(2.2－1）にそれぞれを代入することで、スリット付き皿ばねの荷重 P／たわみδa 特性が決定される。

ところで、通常皿ばねはたわみ量から荷重を求めることが多い。既知となるたわみ量δa を上記計算式に代入して直接荷重を知るのは困難を極める。そこで本計算では、たわみ量の使用範囲を⊿δ（例えば 0.1mm）で分割し、各点における荷重を求め、そこで得られたデータから回帰曲線を作成し、それを皿ばねの荷重／たわみ曲線として用いる方法をとっている。

	δ_d			δ_p	δ_a		
	皿ばね部特性		スリット部特性		ばね1枚分の特性		
No	δ d	荷重Ld	荷重Ls	δ_p	全たわみ	ばね高さ	荷重
	mm	N	N	mm	mm	mm	N
1	0.00	0	0	0	0.00	5.58	0
2	0.04	212	16	6.5E-05	0.05	5.53	189
3	0.09	418	31	0.00013	0.10	5.48	372
4	0.13	617	46	0.00019	0.15	5.43	549
5	0.18	809	60	0.00025	0.20	5.38	720
				～			
105	4.66	815	60	0.00025	5.25	0.33	725
106	4.71	764	57	0.00023	5.30	0.28	679
107	4.75	714	53	0.00022	5.35	0.23	635
108	4.80	666	49	0.0002	5.40	0.18	592
109	4.84	620	46	0.00019	5.45	0.13	551
110	4.89	576	43	0.00018	5.50	0.08	512

近似曲線

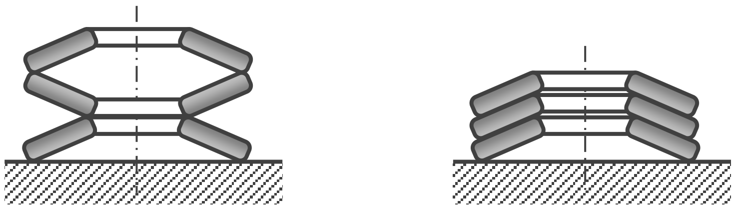
係数	数値
a6	−1E−05
a5	−0.009
a4	0.19207
a3	93.1266
a2	−1190
a1	3797.61
a0	4.3E−05

全たわみと荷重で回帰曲線作成

図 2.2－3　皿ばねのモデル化（回帰曲線）

2．3．重ねて使用する場合の計算

皿ばねを重ねて使用する場合、直列による方法と並列による方法がある。



直列　　並列

図 2.3－1　皿ばねの重ね合わせ

重ねる枚数を n としたとき、直列では同一荷重でたわみ量を 1／n にでき、並列では同一たわみ量で荷重を n 倍にできる。